

CAPITOLO XIII

POSIZIONE RELATIVA DI DUE REGIONI

I concetti di regione psicologica, di frontiera psicologica, di locomozione e di comunicazione, ci permettono di rappresentare un numero infinito di differenti strutture dello spazio di vita psicologico. Strutturare queste rappresentazioni è un compito della psicologia empirica. In questa sede ci deve bastare discutere pochi casi semplici.

Regioni esterne

La posizione relativa di due regioni psicologiche è topologicamente particolarmente facile da rappresentare quando una regione semplicemente connessa è inclusa in un'altra. Un es. elementare è lo spazio di libero movimento in una prigione. Se noi trascuriamo la differenziazione nell'ambito della prigione, si può dire: le pareti della prigione, come una curva di Jordan, separano una regione interna, connessa e limitata (lo spazio di libero movimento) da una regione esterna (la regione della « libertà »). Nella costruzione di ogni prigione è posto in atto il fatto fondamentale matematico che ogni linea, da un punto della regione interna a un punto della esterna, deve intercettare la curva di Jordan: a parte la proprietà dinamica delle pareti (loro solidità), sono soprattutto importanti le proprietà topologiche di queste, cioè la loro configurazione a curva chiusa, che rende impossibile la fuga di un prigioniero. Anche il seguente fatto è connesso direttamente con le relazioni topologiche. La cella C nella quale il prigioniero può essere collocato, rappresenta in se stessa una regione limitata connessa che è definita da una curva di Jordan (1). Per poter guadagnare la libertà, il prigioniero

(1) Come sopra notato, in questa discussione noi ci riferiamo, per motivi di semplicità, solo al bidimensionale.

non deve solamente sormontare le frontiere di questa regione, ma anche le pareti esterne della prigione.

Il numero degli ostacoli successivi che deve sormontare il prigioniero nell'evadere dipende essenzialmente dalle relazioni topo-

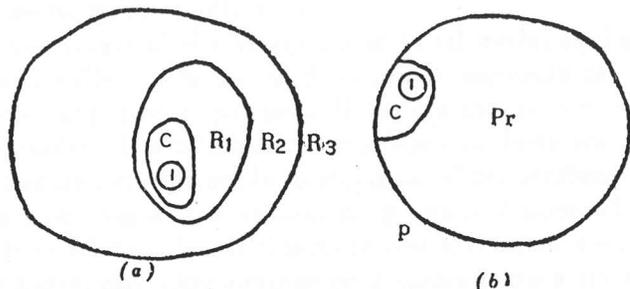


Fig. 25 — Topologia della prigione. a) serie di pareti senza parti comuni; b) pareti con parti comuni. I = individuo; Pr = prigione; p = parete.

logiche, cioè quante regioni (C, R₁, R₂, R₃ ...) giacciono una nell'ambito dell'altra ($C \subset R_1 \subset R_2 \subset \dots$) in modo che le loro frontiere (f_x) non abbiano parti comuni ($f_c \cdot f_{r_1} \cdot f_{r_2} \dots = 0$. Fig. 25a). Se la cella del prigioniero si trova nella parete (p) esterna della prigione (fig. 25b), cioè se le frontiere della cella (f_c) e dell'intera prigione (f_{pr}) hanno parti comuni ($f_{pr} \cdot f_c \neq 0$), il prigioniero dovrebbe attraversare solo una frontiera. Se due regioni psicologiche esterne non corrispondono ad una regione interna e ad una esterna separate da una curva di Jordan, è psicologicamente importante determinare se esse hanno o no una frontiera comune (figg. 10 e 15). Abbiamo già spiegato come ciò possa essere determinato (v. pag. 101).

Regioni sovrappoventisi; il peso relativo delle situazioni

Nei casi nei quali due regioni si sovrappongono, in parte o completamente, esse giocano in psicologia un ruolo importante. Si può considerare spesso la zona di frontiera z tra due regioni A e B come un'area nella quale le due regioni A e B si sovrappongono (fig. 26). Questo è vero per es. di regioni di frontiera tra due professioni o tra due rami delle scienze. La zona di frontiera diviene così un'intersezione delle regioni A e B le quali sono definite entrambe come in-

cludenti ($z = A \cdot B$). Un'applicazione psicologicamente importante del concetto della sovrapposizione è la sovrapposizione di due situazioni. Un bambino può mangiare e ascoltare contemporaneamente il

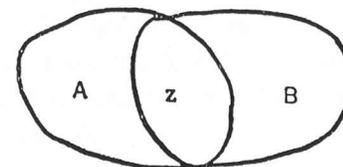


Fig. 26 — Zona di frontiera e sovrapposizione di regioni. z = parte comune di A e B.

canto di un uccello. L'ascoltare può essere l'attività maggiore e il mangiare la minore, o il contrario. Tra i due estremi sono possibili molti strati intermedi. Tali casi, nei quali si è implicati in differenti gradi in due attività differenti, si verificano comunemente. Essi presentano però difficoltà notevoli per la descrizione come per la

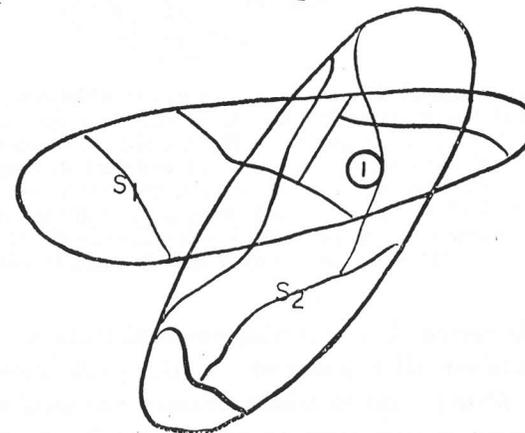


Fig. 27 — Situazioni sovrappoventisi. L'individuo I si trova contemporaneamente in due diverse situazioni S₁, S₂.

considerazione dei loro fatti dinamici. Si possono incontrare alcune di queste difficoltà nel modo seguente.

Si può dire in certi casi che l'individuo I è contemporaneamente in due regioni. Ognuna di queste regioni è usualmente ben strutturata ed ha il carattere di una situazione. Si può parlare perciò di sovrapposizione di due situazioni. Queste situazioni (S₁ e S₂) non sono

regioni esterne, ma hanno una parte di area in comune. Ciò è provato dal fatto che l'individuo I è contemporaneamente in entrambe le regioni $S_1 \supset I$; $S_2 \supset I$; perciò $S_1 \cdot S_2 = 0$ (fig. 27). La struttura psicologica e il contenuto delle due situazioni totalmente o parzialmente sovrapposte possono essere molto differenti.

Se due o più situazioni si sovrappongono in tal modo, ogni situazione possiede per l'individuo ad un determinato momento un certo « peso relativo » (importanza, potenza). Il mutamento di questo peso relativo è un processo dinamicamente importante. Le forze che risultano da una situazione, rimanendo costanti le altre, sembrano aumentare e diminuire con il peso relativo di questa situazione. Il cambiamento del peso relativo di una situazione costituisce uno dei mezzi principali per influenzare altre persone ed è spesso usato a scopi pedagogici (18). E' a volte possibile senza particolari difficoltà scegliere con sufficiente esattezza tra parecchi gradi di peso relativo e caratterizzare lo stato dello spazio di vita con il quoziente di pesi relativi di due o più situazioni.

Difficoltà nel rappresentare la posizione relativa di due regioni

Finchè ci si limita a due regioni è facile stabilire la loro posizione relativa e le proprietà delle loro frontiere. Ma quando due regioni giacciono in un gruppo di altre regioni il problema di determinare le reciproche relazioni diventa difficoltoso.

Nella fig. 28 per es. si può dire abbastanza facilmente che le regioni A e B sono reciprocamente esterne e non hanno frontiere comuni. Ma non si può fare questa affermazione con sicurezza se si include nel concetto di frontiera quello di zona di frontiera. Si possono considerare le regioni 12, 4, 14, 21, 20, 19, 16, 15, 11, 10, 6, 5, come parti di regioni di una zona di frontiera f_A che circonda A; inoltre le regioni 5, 12, 11, 19, 16, 10, 17, 9, 7, 2, 6, possono essere considerate come parti di una zona di frontiera f_B che circonda B.

A e B sarebbero così due regioni le cui zone di frontiere hanno parti in comune ($f_A \cdot f_B = 5+12+15+11+6+10+19+16$). D'altra parte si potrebbe trattare solo la regione $4+14+21+15+12$

come zona di frontiera di A e considerare la somma topologica delle regioni 2, 7, 9, 17, 16, 10, 6 come zona di frontiera di B. In questo caso le zone di frontiera di A e di B non avrebbero parti in comune.

Topologicamente non v'è ragione di considerare le regioni indicate come una zona di frontiera tra A e B. Si potrebbe pensare invece la somma topologica delle regioni 16 e 20 come un braccio che porti B in comunicazione con A.

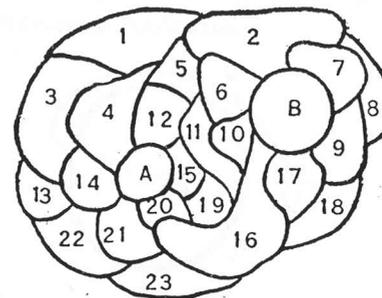


Fig. 28 — Differenti possibilità di considerare le zone di frontiera di A e B. (Per esempio la regione $4+12+15+20+21+14$ potrebbe essere considerata come la zona di frontiera f_A di A; la regione $6+2+3+9+17+16+10$ come la zona di frontiera f_B di B; in questo caso le due zone di frontiera non avrebbero alcuna parte in comune: $f_A : f_B = 0$. Se tuttavia si considera la regione più inclusiva $1+3+4+5+6+10+11+12+15+19+20+21+22+13+14$ come f_A e la regione $11+6+2+7+9+17+16+10$ come f_B allora $f_A \cdot f_B = 6+10+11$).

E' ovvio che la giustificazione psicologica di queste diverse interpretazioni dipende dal carattere dinamico delle regioni considerate. Ma lo stesso fatto che possano sussistere tante possibilità di interpretazione porta a volte a confusione nella ricerca psicologica ed è spesso necessario possedere una esperienza considerevole per distinguere quando si ha a che fare con differenze intrinseche e quando la differenza è solo di espressione. Mi sembra perciò opportuno chiarire la situazione con qualche esempio, onde poter discutere queste difficoltà. Nel fare ciò ci serviremo soltanto di quei concetti che abbiamo già esposto. Ma ci serviremo di essi, come nel pratico lavoro sperimentale, secondo le necessità del problema concreto e non in ordine sistematico. Introduremo queste discussioni sotto la forma di

un problema. In tal modo le relazioni fra i differenti concetti topologici e tra i topologici e quelli dinamici diventeranno più chiari.

LE DUE PRINCIPALI POSSIBILITA' PER LA RAPPRESENTAZIONE DELL'INACCESSIBILITA' DI UN PUNTO

Rappresentiamo la seguente situazione: « Un individuo ha un certo fine da raggiungere, ma momentaneamente è per lui difficile o impossibile raggiungerlo ». (La psicologia vettoriale deve trattare le forze che possono essere implicate in un tale caso (54, pag. 253). Qui considereremo solo gli aspetti topologici del problema).

Sono frequenti e di natura differente i casi nei quali un ostacolo rende difficile raggiungere un fine. Il fine può essere un certo lavoro e l'ostacolo può essere costituito dal fatto che esiste un secondo candidato che ha relazioni più influenti. In altri casi l'incompetenza propria del candidato, il fatto che l'individuo non ha ancora raggiunto certi gradi, o il fatto che è messo fuori causa per ragioni di cittadinanza o di religione può costituire l'ostacolo. Il fine può essere l'andare a ballare, il matrimonio, un'operazione di affari, o raccogliere un fiore. L'ostacolo può essere una proibizione che è contemplata dalla legge, o forse dall'autorità di una persona, o può essere una convenzione sociale alla quale la persona si sente vincolata.

Per quanto i casi siano differenti, in particolare essi hanno almeno un fatto in comune, che due punti separati o regioni, l'individuo I e il fine F, sono distinguibili e che una barriera B rende difficile o impossibile lo spostamento da I ad F. Noi possiamo ritenere, come esempio più semplice, il caso nel quale una barriera fisica impedisce l'avvicinamento al fine.

Si potrebbe tentare di rappresentare una situazione simile con il disegno della fig. 29a. Una linea B rappresenta la barriera tra I e F. Una tale rappresentazione non esprime il fatto fondamentale che non vi sono vie praticabili tra I e F. La rappresentazione data dalla fig. 29a lascia aperta la possibilità di molte linee del genere da I a F, per es., w_1, w_2, w_3 . Da un punto di vista topologico, una tale rappresentazione significa che I e F sono punti di una regione connessa (v. pag. 94).

Il fatto non cambia in nessuna maniera se si dà alla barriera la forma datale nella fig. 29b, dove F è « quasi completamente » circondato da B. Anche in questo caso I e F giacciono in una regione connessa: c'è una linea w da I a F che non attraversa B. Si deve essere chiari circa il fatto che topologicamente la rappresentazione della fig. 29b non è in alcun modo migliore di quella della fig. 29a. Entrambe le rappresentazioni sono dal punto di vista topologico equivalenti a quella della figura 29c, dove B non si trova « tra » I e F nel senso della geometria ordinaria.

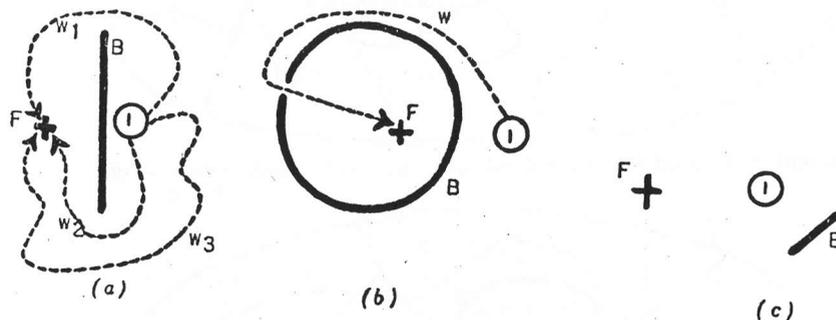


Fig. 29 — Rappresentazione non adeguata dal punto di vista topologico dell'impossibilità di raggiungere il fine. Le rappresentazioni (a), (b), e (c) non sono topologicamente differenti. I, individuo; F, fine; B, barriera; w, w_1, w_2, w_3 , linee.

Se si vuole rappresentare « l'inaccessibilità » di F in un modo adeguato topologicamente, si deve essere sicuri che I e F non appartengono ad una regione connessa. Ciò vuol dire che si deve rappresentare la barriera come una curva di Jordan che divide l'intero campo in maniera tale che I e F appartengano a due regioni differenti.

Noi possiamo far ciò solo in due modi: o il fine F si trova nella regione interna I_n e l'individuo I nella regione esterna E_s ($F \subset I_n; I \subset E_s$) (fig. 30a), oppure l'individuo si trova nella regione interna e il fine nell'esterna (figura 31a) ($F \subset E_s; I \subset I_n$).

La differenza psicologica tra queste due situazioni diventa chiara quando si caratterizzano più strettamente le regioni differenti dello spazio di vita che appartengono al campo interno ed esterno. Se

l'individuo è nella regione esterna allora gli restano impraticabili relativamente poche regioni (a, b, c, F , fig. 30b). Nel rimanente spazio egli si può muovere liberamente. Se, d'altra parte, l'individuo è nell'ambito della barriera (fig. 31b) allora lo spazio di movimento libero è limitato ad una stretta regione ed ogni altra irraggiungibile (a, b, c, \dots, g). In questo caso la situazione ha quindi in grado molto più alto il carattere di una « situazione limitante » come la situazione della prigione.

Come esempio si può usare la differenza tra una situazione nella quale un ordine è sopportato mediante promesse di ricompensa

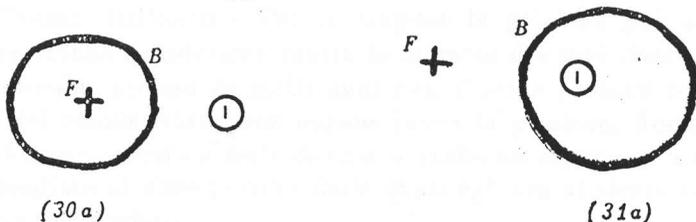


Fig. 30a e 31a — Le due fondamentali possibilità di rappresentare l'inaccessibilità: (30a) F si trova nella regione interna, I nella regione esterna; (31a) I si trova nella regione interna, F nella esterna. B, è la barriera rappresentata come curva di Jordan; F, fine, I, individuo.

e un'altra, invece, nella quale un ordine è sopportato per la minaccia della punizione. Per poter rendere efficace una minaccia di punizione si deve creare una situazione limitante, anche quando il comando si riferisce ad un compito definito. Lo spazio di libero movimento di un individuo deve essere limitato a una regione sufficientemente piccola. Altrimenti la persona evaderà ai lati (52, pp. 96 segg.). Nel caso della ricompensa lo spazio del libero movimento d'un individuo può restare illimitato. E' limitato solo l'accesso alla regione della ricompensa; cioè non si può raggiungere la ricompensa senza attraversare prima la regione del compito. Una situazione limitante o, in altre parole, la presenza di una barriera esterna che rende la situazione della fuga inattuabile, gioca un ruolo importante per certi processi emozionali, per es. inquietudine (20) e disperazione (52, p. 195; 19). Anche riguardo alle forze risultanti esistono differenze importanti tra i casi nei quali l'individuo è nell'ambito della curva di Jordan e quelli nei quali egli è fuori di essa.

In un certo senso vi sono transizioni tra i due casi. La loro differenza dinamica sta in parte nell'estensione differente dello spazio di libero movimento. Se l'individuo è nell'ambito della barriera, lo spazio di libero movimento può essere ingrandito con l'inclusione di

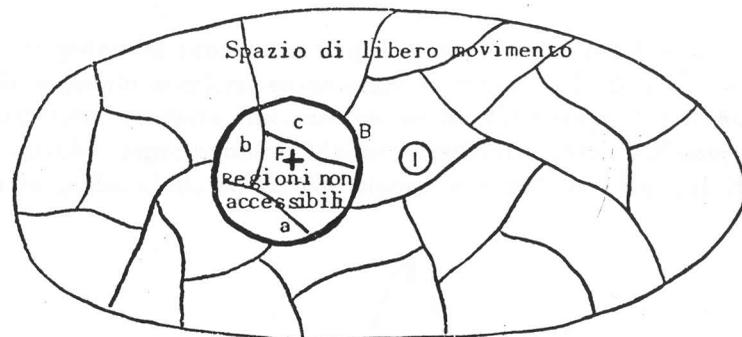


Fig. 30b — Elaborazione della fig. 30a. La regione $a+b+c+F$ è inaccessibile per I.

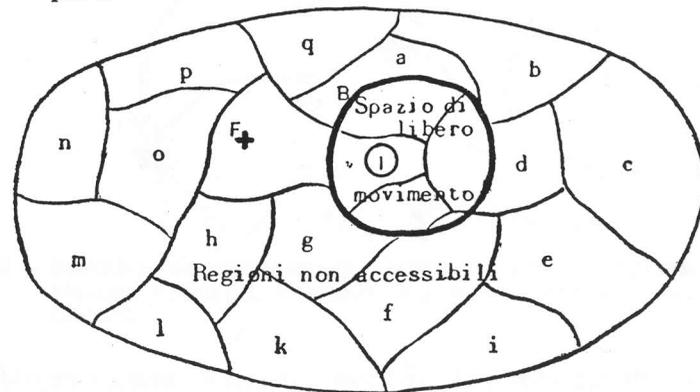


Fig. 31b — Elaborazione della fig. 31a. La regione $a+b+c \dots +p+q+F$ è inaccessibile per I.

ulteriori regioni, cosicché il carattere di una situazione limitante diventa gradatamente più debole (52, p. 128). D'altra parte se l'individuo è fuori della barriera, l'ingrandimento delle regioni impraticabili nell'ambito della barriera o l'apparire di ulteriori isole dell'impraticabile nello spazio di vita, può ancora di più limitare lo spazio di libero movimento.

La misura dello spazio di libero movimento non è un concetto topologico. Topologicamente si può dire solo quali regioni parziali appartengono ad esso. Nondimeno in questo modo si può determinare un'estensione su nuove regioni od una restrizione dello spazio di libero movimento. A volte un limitato spazio di movimento sembra aumentare psicologicamente quando la regione stessa si differenzia in un numero di sub-regioni. Anche una regione oggettivamente piccola può, in questa maniera, avere l'importanza, per la persona interessata, di un campo relativamente ampio. Le barriere esterne hanno, a volte, e nello stesso tempo, il carattere di una protezione contro l'influenza dall'esterno. Per il gangster la prigione può servire come non sgradita protezione contro le minacce dei suoi rivali. Spesso un individuo recluso da molti anni non si sente protetto contro i pericoli del mondo libero non appena lascia la prigione. Resta allora difficile persuaderlo a uscir di casa o anche ad esporsi allo sguardo meravigliato di altre persone dalle quali egli era al sicuro mentre si trovava in prigione.

Nella nostra rappresentazione grafica, il grado di solidità di una barriera è designato generalmente dallo spessore della linea.

ASPETTI DINAMICI E TOPOLOGICI DELLA RAPPRESENTAZIONE DELLE LIMITAZIONI

Si può sollevare la questione se è possibile rappresentare con mezzi topologici il fatto che un fine è raggiungibile ma solo con difficoltà. Può sembrare possibile esprimere la difficoltà con il lasciare solo una piccola apertura nella curva di Jordan e facendola maggiore o minore rispetto al grado di difficoltà. Tuttavia non si deve dimenticare che in topologia non vi sono differenze di misura. Come abbiamo già detto non vi sono differenze tra le fig. 29b e 29c. I gradi di difficoltà tra la barriera inattraversabile da una parte e la frontiera che non offre nessuna resistenza dall'altra, non possono caratterizzarsi topologicamente ma solo dinamicamente. Quando il fine è raggiungibile, ma più o meno difficoltoso a raggiuugersi, si deve rappresentare ancora la barriera come una curva chiusa o come una zona di frontiera ad anello. Solo così noi possiamo esprimere topologicamente il fatto che esiste una barriera « tra » I e F. Ai gradi

differenti di difficoltà corrispondono differenze dinamiche delle frontiere, per es., gradi differenti di solidità.

LINEE DISCONTINUE E LORO TOTALITA'

Si potrebbe provare a rappresentare l'inaccessibilità di un fine nella seguente maniera, senza usare la curva di Jordan. Si potrebbe cominciare con certe linee w_1, w_2, w_3 tra l'individuo I e il fine F e si potrebbe rappresentare l'inattraversabilità delle differenti linee con le incisioni c_1, c_2, c_3 , che stanno a significare i punti inattra-

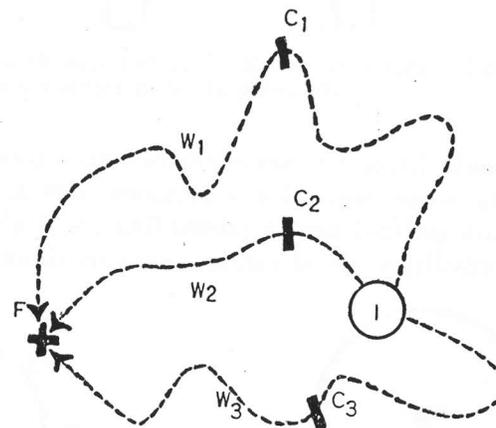


Fig. 32 — Tentativo di rappresentare l'inaccessibilità con percorsi discreti bloccati. F, fine; I, individuo; w_1, w_2, w_3 percorsi; c_1, c_2, c_3 punti bloccati.

versabili su ognuna di queste linee (fig. 32), restringendo la rappresentazione dello spazio di vita a uno spazio unidimensionale (vedi pag. 205). Con una tale rappresentazione l'ostacolo assume il carattere di una serie non connessa di punti distinti. Questo può essere adeguato in un caso nel quale noi abbiamo a che fare con un numero definito di linee distinte in direzione del fine, come nell'esperimento del labirinto. In altri casi ciò non è esatto, perchè (1) una tale rappresentazione implica il postulato che è impossibile andare « lungo » l'ostacolo (e questo senza dubbio è a volte possibile), e (2) essa non mostra che vi siano altre linee libere tra I e F oltre a quelle indi-

cate. La curva di Jordan prende in considerazione la totalità delle linee possibili, ma non così la rappresentazione della fig. 32.

Come abbiamo detto precedentemente, nel rappresentare una situazione è molto importante prendere in considerazione questa totalità di tutti gli eventi possibili. Se la rappresentazione dello spazio di vita psicologico deve essere altra cosa che un'illustrazione senza conseguenze coercitive, le coordinazioni tra fatti psicologici e matematici devono essere mantenute rigorosamente. Ogni rappresentazione nella quale I e F appartengono a una regione connessa, come nella fig. 32 (considerato come una spazio pluridimensionale), mostrerebbe positivamente che vi sono ancora altre linee tra I e F. La rappresentazione sarebbe perciò falsa in un punto importante.

La figura 32 non è sufficiente anche per la rappresentazione delle vie di un labirinto. Il fatto che non vi sono altre vie possibili non è espresso. Topologicamente si deve rappresentare un labirinto come una diramazione di regioni con barriere in ambo i lati per prevenire la fuga (fig. 24). Una tale rappresentazione sarebbe corretta anche per un labirinto sollevato da terra dove le vie non sono limitate da pareti fisiche, ma dove il topo è incapace di lasciare le vie.

BARRIERE OMOGENEE E DIFFERENZIATE; APPROCCIO E ALLONTANAMENTO

Un bambino di un anno B sta dietro un banco a forma di U (fig. 33). Egli vuole raggiungere il giocattolo G dall'altro lato del banco, ma non ha ancora sufficientemente calcolato la situazione per compiere il necessario aggiramento. In questo caso esiste anche una barriera per la locomozione fisica che rende impossibile a B raggiungere G. Perciò secondo le nostre definizioni B e G, per quanto riguarda questa locomozione, non appartengono a una regione connessa. Anche in questo caso la barriera deve essere rappresentata come una curva di Jordan (fig. 30a o 31a), malgrado che non sia fisicamente chiusa. La psicologia vettoriale deve affrontare dettagliatamente il problema concettualmente difficile del *détour* (vedi 54; 60).

Abbiamo già accennato al fatto che le singole parti di una barriera possono corrispondere a gradi differenti di difficoltà. Discute-

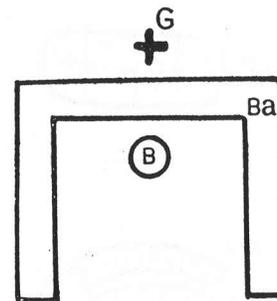


Fig. 33 — Problema di aggiramento [*détour*] (situazione fisica). B, bambino; Ba, banco a forma di U; G, giocattolo.

remo ora brevemente un esempio preso dai nostri films, di una barriera che è fisicamente omogenea e psicologicamente non omogenea.

Un giocattolo G sta nell'ambito di una barriera circolare di ferro F. Un bambino di un anno e mezzo B, che è all'esterno della bar-

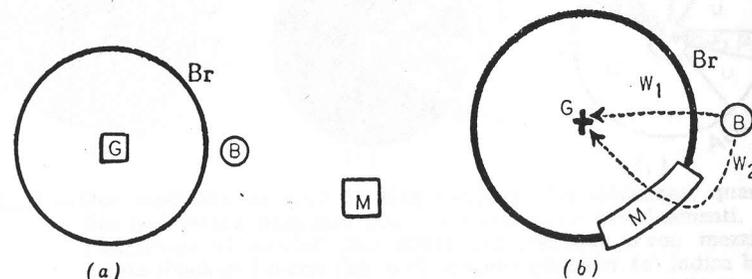


Fig. 34 — Bambino che desidera raggiungere un giocattolo posto all'interno di una barriera circolare. (a) Situazione fisica; (b) situazione psicologica: B, bambino; \overline{G} , giocattolo; Br, barriera; M, madre; G, fine; w_1 , w_2 , percorsi.

riera, vuole raggiungere il giocattolo (la fig. 34 è un diagramma delle relazioni fisiche). Inoltre la madre M è nella stanza. Dopo una serie di inutili tentativi di scavalcare la barriera, il bambino corre dalla madre per chiedere aiuto. Questo dirigersi verso la madre non occorre abbia il carattere di un allontanarsi dal giocattolo, ma può

avere il significato di un « indiretto » dirigersi verso il giocattolo (54, p. 253). Il bambino può essersi accorto improvvisamente che non solo la barriera di ferro, ma anche la madre sta tra lui e il fine. In questo caso è avvenuta una ristrutturazione della situazione psicologica che è indicata nella fig. 34b: mentre la barriera tra B e il fine G doveva essere caratterizzata in un primo momento come relativamente omogenea ora consiste di almeno due parti (settori) uno dei quali corrisponde alla barriera di ferro Br, l'altra alla madre M.

La linea w_1 corrisponde al raggiungimento del giocattolo mediante l'attraversamento della barriera fisica, e la linea w_2 al raggiungimento del giocattolo con l'aiuto della madre.

Perciò anche quando noi abbiamo a che fare con campi quasi-fisici, la rappresentazione del campo psicologico dovrà seguire esattamente le relazioni di connessione che sono definite dalle funzioni psicologiche.

Barriere e aditi

A un individuo è dato il seguente problema $\frac{8 \cdot 3 \cdot 74}{2 \cdot 3}$. Egli comincia a semplificare dividendo per 2 e per 3. Rappresentiamo il momento prima che egli faccia questa operazione. Si può nuovamente cominciare dal fatto che esiste un fine F, cioè la soluzione del problema, e che l'individuo I è separato da questo fine mediante una barriera B che non è molto forte (fig. 30a).

Tuttavia se si osserva più attentamente può sembrare dubbio se sia ammissibile in questo caso parlare di « barriera ». Lo sviluppo dell'intera situazione può verificarsi come appresso: l'individuo si trova di fronte a un problema. La soluzione del problema Pr è allora una regione al di fuori della quale è collocato I (fig. 35a). Questa regione non è un campo completamente omogeneo, ma mostra dal principio o prestissimo una certa struttura. Nonostante che il fine F, la soluzione, non sia ancora ben chiaro, la linea che guida ad esso diventa sempre più evidente. L'individuo comprende che si deve prima annullare il 2 nell'8 e il 3 nel 3 e poi moltiplicare 4 per 74. La linea verso il fine è perciò caratterizzata da una serie di operazioni, cioè la divisione D_1 , la divisione D_2 , la moltiplicazione M (fig. 35b).

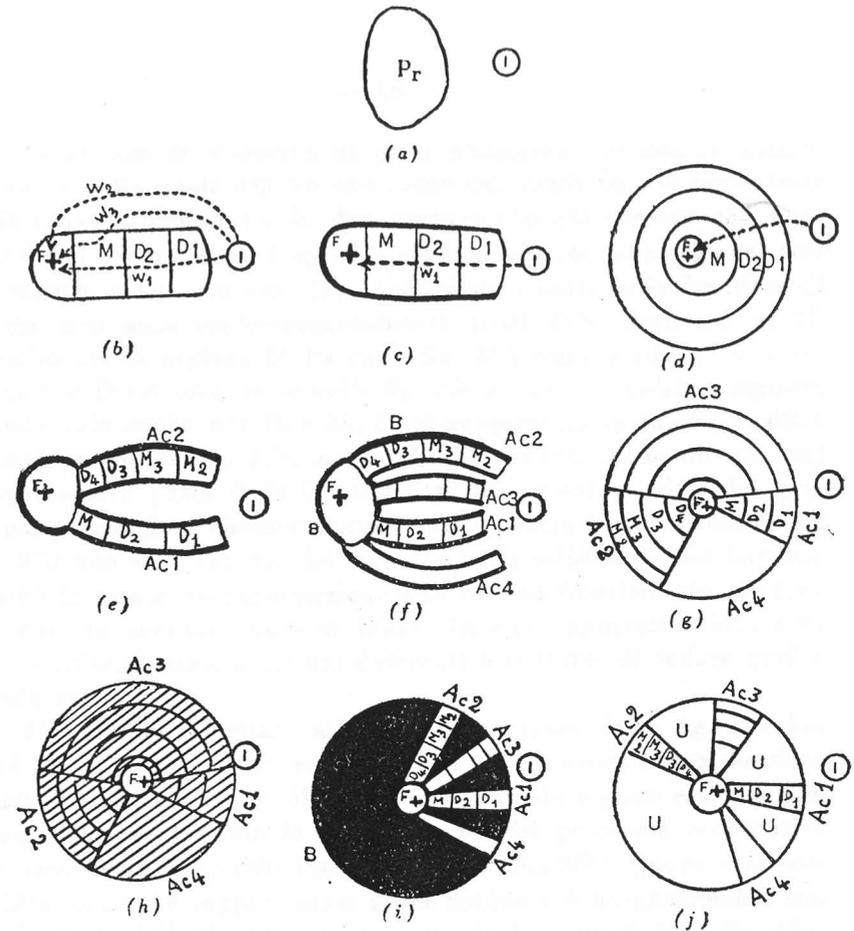


Fig. 35 — Due modi fondamentali di rappresentare una situazione, quando un fine può essere raggiunto solo attraverso certi avvicinamenti. Questa limitazione di accesso può essere rappresentata o con mezzi puramente topologici o con l'aiuto di concetti dinamici. (a) indica la situazione non differenziata; (b) la situazione differenziata nello stadio iniziale di un compito matematico senza la rappresentazione dell'accesso limitato. La rappresentazione di questa limitazione con mezzi puramente topologici è indicata in (d) ed elaborata in (g); la rappresentazione con l'aiuto di concetti dinamici è indicata in (c) ed elaborata in (e), (f) e (i). (h) e (j) mostrano le relazioni fra le due rappresentazioni: in (h) gli avvicinamenti sono considerati come zona di frontiera tra I e F; (j) identifica la inattraversabile barriera B nelle fig. (c), (e), (f), (i) con certi settori non strutturati U inseriti in (g). I, individuo; Pr, problema matematico; F, fine (soluzione del problema); M, M_1 , M_2 , differenti moltiplicazioni; D_1 , D_2 , D_3 , D_4 , differenti divisioni; B barriera inattraversabile; Ac_1 , Ac_2 , Ac_3 , Ac_4 , differenti accessi; U regioni qualitativamente non determinate.

Qui noi incontriamo nuovamente il fatto che abbiamo già menzionato (v. pag. 112), cioè che i concetti di azione e di linea si spostano tra una locomozione unidimensionale ed una regione pluridimensionale. I passi singoli della locomozione corrispondono a regioni parziali del compito. La trasformazione delle operazioni corrisponderebbe ad una locomozione di I attraverso queste regioni verso F. Tuttavia, la rappresentazione nella fig. 35b non è ancora soddisfacente se si considera la necessità di prendere in considerazione tutte le conseguenze della rappresentazione. La fig. 35b lascia aperta la possibilità che I raggiunga direttamente il fine F per mezzo del sentiero w_2 senza attraversare le regioni D_1 , D_2 e M. Ciò implicherebbe che I può arrivare alla soluzione del problema senza compiere realmente le operazioni. Un tale processo è psicologicamente non senza significato. L'individuo può per es. conoscere il risultato, avendo egli già fatto le operazioni o perchè qualcuno gli ha suggerito la risposta. Se, tuttavia, come sosterremo nel nostro caso, questo non è vero, non è sufficiente la rappresentazione della fig. 35b.

Esistono due modi differenti per riscontrare questa insufficienza di rappresentazione. Si può (1) usare il concetto di solidità dinamica di una frontiera, o (2) usare mezzi puramente topologici.

Ad 1: poichè si tratta di escludere certe locomozioni che la rappresentazione fino ad ora usata ancora permette, si potrebbero rappresentare come attraversabili solo quelle frontiere delle regioni interessate che corrispondono al percorso w_1 . Noi possiamo rappresentare il fatto che vi è un solo percorso possibile per F col dare il carattere di una barriera inattraversabile B alla frontiera esterna dell'intera regione Pr (fig. 35c) con l'eccezione della frontiera di D_1 . Con tale mezzo si giunge a dimostrare che l'individuo I può raggiungere il fine F solo attraversando le regioni D_1 , D_2 e M.

Ad 2: se non si usano frontiere inattraversabili, si possono limitare le possibilità a questo genere di strada con l'accerciare la regione del fine F con una serie di regioni concentriche come cerchi che corrispondono alle operazioni M, D_2 e D_1 (fig. 35d). In questo caso, ancora una volta, per I la sola strada per raggiungere F passa attraverso D_1 , D_2 e M.

Sorge così la domanda di come s'accordino le due rappresentazioni e sotto quale aspetto esse siano differenti. La più importante differenza topologica tra le due rappresentazioni consiste nel fatto che F nel secondo caso (fig. 35d) confina solo con una regione, cioè M, mentre nel primo caso (fig. 35c) vi sono parti della frontiera di F che non sono contemporaneamente parti della frontiera di M. Egualmente la regione M ha nella fig. 35d come vicine solo le regioni F e D_2 ; d'altra parte nella fig. 35c c'è ancora un'altra regione. Questo vale anche per D_2 e D_1 . Se si rappresenta la topologia della situazione con la fig. 35b, si può limitare l'avvicinamento solo col rappresentare parte della frontiera tra le regioni parziali del problema e le regioni circostanti come una barriera inattraversabile. La fig. 35d non deve far uso del concetto della solidità di una barriera perchè in questa rappresentazione non vi sono frontiere che rendano possibile la penetrazione « di lato ». Le due rappresentazioni sono perciò effettivamente alquanto differenti e si tratta di vedere qual è quella esatta.

Si potrebbe obiettare alla rappresentazione della fig. 25c basandosi sul fatto che in realtà non si può osservare una barriera solida B tra le regioni F, M, D_2 ed una generale regione esterna. Non è una tale barriera ma la logica intima del problema matematico che rende inattraversabili i percorsi w_2 , w_1 (fig. 35b). Questa « impossibilità logica » è rappresentata senza dubbio più adeguatamente con la topologia della fig. 35d che non con la barriera B della fig. 35c, che sembra qualcosa di arbitrario.

La rappresentazione con la fig. 35d può essere adeguata per il caso nel quale l'individuo in parola consideri il susseguirsi delle tre operazioni D_1 , D_2 , M (semplificare dividendo per 2 l'8, per 3 il 3 e moltiplicare per 74) come il solo percorso possibile verso F. Di regola l'individuo conosce che esistono altri percorsi verso F, almeno quello lungo l'esecuzione di molte operazioni nell'ordine nel quale il problema è stato enunciato $8 \cdot 3 \cdot 74 \div 2 \div 3$ (corrispondente alle regioni M_2 , M_3 , D_3 , D_1). Ciò significa che la rappresentazione della situazione per mezzo di una barriera (fig. 35c) è esatta nella misura in cui M non è la sola regione che confina con F. Oltre ad M c'è almeno una regione D_1 come possibile confinante di F.

Prima che l'individuo abbia deciso di usare il percorso D_1 , D_2 , M , ci può essere stata una situazione in cui egli era indeciso tra questa e l'altra possibilità.

Se si basasse la rappresentazione di una situazione simile sul principio fondamentale della figura 35c, ciò condurrebbe alla figura 35e: due accessi possibili (Ac_1 e Ac_2) che corrispondono ad operazioni differenti conducono da I a F. Per escludere la possibilità di un avvicinamento « diretto » verso F si dovrebbe coordinare una barriera esterna B ad ognuno di questi accessi.

Se vi sono ancora più accessi (Ac_3 , Ac_4) che l'individuo può vedere, si dovrebbero includere nella rappresentazione ulteriori regioni e combinazioni di regioni che sono connesse con F (fig. 35f).

Non è necessario che ognuno di questi accessi sia strutturato in anticipo chiaramente. Può essere che un percorso sia visibile come un tutto ma non strutturato (Ac_4).

Si può provare a rappresentare la situazione delle fig. 35e e 35f in analogia alla fig. 35d con mezzi puramente topologici. Si devono distinguere però i differenti settori nell'ambito della regione ad anello che circonda F (fig. 35g). Le figg. 35f e 35g, che rappresentano lo stesso fatto, in un caso per mezzo di barriere inattraversabili, nell'altro con mezzi puramente topologici, sono ovviamente più simili che non le corrispondenti figg. 35c e 35d.

Nondimeno la differenza principale è mantenuta: nella figura 35g è impossibile che altre regioni confinino con F eccetto gli accessi presentati come settori; nella fig. 35f esiste questa possibilità. Inoltre vi sono barriere inattraversabili nella fig. 35f, ma non nella figura 35g. Per la verità non si può dire che non vi sia assolutamente nella fig. 35g nessuna barriera tra I e F: I deve superare le difficoltà della operazione se vuole raggiungere F. Perciò, anche in questo caso, esiste una barriera, ma essa ha il carattere di una zona di frontiera che non è inattraversabile e che consiste di regioni parziali dello stesso problema (cfr. p. 130). Quando consideriamo gli accessi come una regione $Ac_1 + Ac_2 + Ac_3 + Ac_4$ (fig. 35h), allora ci rendiamo conto che abbiamo nuovamente a che fare con la su citata tipica costellazione (fig. 30a) nella quale un individuo I vuole raggiungere un fine F. Considerata in questa maniera la fig. 35g,

mostra una barriera tra I e F che è strutturata in settori ed anche nella sua profondità.

Anche nella fig. 35f si può concepire la regione $D_1 + D_2 + M$, come parte di una frontiera tra I ed F che ha il carattere di una barriera attraversabile come quella della fig. 35h. Ma oltre a queste zone di frontiera vi sono altre parti della frontiera di F che hanno il carattere di barriere inattraversabili.

Ciò diviene ancora più chiaro nella seguente rappresentazione: noi abbiamo visto che la barriera psicologicamente reale ha generalmente una certa profondità. Sappiamo che le misure differenti sono topologicamente irrilevanti. Da ciò è chiaro che la fig. 35f non cambia topologicamente se la si rappresenta nella forma della figura 35i. Così le due maniere di rappresentazione (fig. 35g e 35i) diventano ancora più simili. La differenza topologica consiste solo nel fatto che vi sono nella fig. 35i oltre alle quattro strade ($Ac_1, 2, 3, 4$) altri settori nell'ambito della zona di frontiera che mancano nella fig. 35g. (Questi settori sono indicati in nero nella figura 35i). Si possono fare rappresentazioni completamente analoghe se si inseriscono più settori (U) tra i quattro accessi della fig. 35g (cfr. fig. 35j). L'introduzione di tali settori è giustificata se si considera che l'individuo è spesso incerto sul fatto se esistono altri accessi verso F, e quali caratteristiche abbiano. La fig. 35j è una rappresentazione adeguata della situazione in cui I non è certo che vi siano quattro e solo quattro vie verso F. (Se questi settori inseriti si restringono a zero, allora si ottiene di nuovo la fig. 35g).

Cosa implicano questi ulteriori settori (U) della zona di frontiera per la possibilità di una locomozione da I ad F? La caratteristica più importante è che essi sono completamente non strutturati. Essi possono essere caratterizzati qualitativamente solo come « accessi possibilmente esistenti di qualche tipo ». Noi abbiamo a che fare perciò con quelle regioni psicologicamente non qualificate che abbiamo già trattato come un genere speciale di zone di frontiera psicologiche (pp. 138 segg.). Finchè è impossibile per I determinare la loro qualità, esse non possono essere usate come vie verso F. Perciò la zona U rappresenta per I una barriera inattraversabile. In questo senso la fig. 35j corrisponde effettivamente alla

figura 35i. Così la relazione tra i due metodi di rappresentazione con i quali noi abbiamo iniziato, quella della barriera dinamica da una parte e della struttura topologica dall'altra, diventa evidente.

Questo esempio può aver chiarito ancora una volta le connessioni sopra discusse tra una frontiera ed una zona di frontiera, tra una frontiera ed una barriera e tra i generi di barriere dinamicamente differenti. Inoltre esso mette in rilievo la connessione tra frontiera e percorso (linea).

Non è una particolarità di questo caso che le regioni M, D₁, D₂ appaiano da una parte come una via da I a F, e dall'altra come una barriera tra I e F. Piuttosto, è una proprietà generale di ogni frontiera quella di unire e allo stesso tempo separare due regioni. Ciò è ovvio particolarmente se abbiamo a che fare non con frontiere unidimensionali, ma con zone di frontiera.

Il fatto fondamentale è che vi sono 3 regioni, A, B, C e che il percorso (linea) porta da un punto in A ad un punto in C per mezzo di B. Ciò dipende dal punto di vista personale ed anche dalla facilità con la quale B può essere attraversata, se si preferisce trattare B come una zona di frontiera tra A e C oppure come percorso da A a C. In realtà ambedue i punti di vista sono sempre possibili e devono essere presi in considerazione.